

S.No. 5321

19UMA01

(For the candidates admitted from 2019–2020 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL 2021.

First Semester

Mathematics

CLASSICAL ALGEBRA

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (15 × 1 = 15 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $1 - \frac{n}{1!}x + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots\infty$ is

equal to _____

(a) $(1-x)^n$ (b) $(1-x)^{-n}$

(c) $(1+x)^n$ (d) $(1+x)^{-n}$

$1 - \frac{n}{1!}x + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots\infty$

_____ ஆகும்

(அ) $(1-x)^n$ (ஆ) $(1-x)^{-n}$

(இ) $(1+x)^n$ (ஈ) $(1+x)^{-n}$

2. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \text{_____}$

(a) $\frac{n(n+1)}{2}$ (b) $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

(c) $\left[\frac{n(n-1)}{2}\right]^2$ (d) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \text{_____}$

(A) $\frac{n(n+1)}{2}$ (B) $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

(C) $\left[\frac{n(n-1)}{2}\right]^2$ (D) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3. $2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots\infty\right) = \text{_____}$

(a) $\log(1-x)$ (b) $\log(1+x)$

(c) $\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ (d) e^{2x}

$2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots\infty\right) = \text{_____}$

(A) $\log(1-x)$ (B) $\log(1+x)$

(C) $\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ (D) e^{2x}

4. The system of linear equation of the solution is unique when _____

- (a) $r < n$ (b) $r > n$
(c) $r \neq n$ (d) $r = n$

நேரியல் அமைப்பு முறைக் கொண்ட சமன்பாடு-யின் தீர்வு என்பது தனித்துவம் எப்பொழுதுயென்றால் _____ ஆக இருக்கும்

- (அ) $r < n$ (ஆ) $r > n$
(இ) $r \neq n$ (ஈ) $r = n$

5. Every _____ matrix satisfies its own characteristic equation

- (a) square (b) rectangle
(c) diagonal (d) similar

ஒவ்வொரு _____ அணியும் அதற்கு சொந்தமான சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டை திருப்தி செய்யும்

- (அ) சதுர (ஆ) செவ்வக
(இ) மூலைவிட்ட (ஈ) ஒற்றுமை

6. The characteristic roots of matrix $\begin{bmatrix} a & h & g \\ o & b & o \\ o & o & c \end{bmatrix}$ is _____

- (a) b, g, h (b) a, b, c
(c) c, b, g (d) h, a, b

$$\begin{bmatrix} a & h & g \\ o & b & o \\ o & o & c \end{bmatrix} \text{ அணிக்கு சிறப்பியல்பு மூலங்கள் } \text{—————}$$

ஆகும்

(அ) b, g, h (ஆ) a, b, c

(இ) c, b, g (ஈ) h, a, b

7. Every polynomial equation $f(x) = 0$ has atleast
————— root real or complex

(a) two (b) one

(c) three (d) zero

ஒவ்வொரு பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாடு $f(x) = 0$
என்பது குறைந்தபட்சம் ————— மூலம் மெய்
அல்லது கற்பனை-ஐ பெற்றிருக்கும்

(அ) இரண்டு (ஆ) ஒன்று

(இ) மூன்று (ஈ) பூஜ்ஜியம்

8. The equation $x^3 - 12x^2 + 39x - 28 = 0$ whose
roots are in A.P. Then the roots are —————

(a) 2, 4, 6 (b) 1, 3, 5

(c) 1, 4, 6 (d) 1, 4, 7

$x^3 - 12x^2 + 39x - 28 = 0$ என்ற சமன்பாடு-க்கு அதனுடைய மூலம்-கள் எண் கணித தொடர் (A.P) யில் இருக்குமாயின் அதன் மூலம்-கள் ————— ஆகும்

- (அ) 2, 4, 6 (ஆ) 1, 3, 5
 (இ) 1, 4, 6 (ஈ) 1, 4, 7

9. If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$. Then the value of $\Sigma\alpha^2 =$ _____

- (a) $p^2 - 2q$ (b) $p^2 + 2q$
 (c) $q - 2p$ (d) $q^2 + 2p$

$x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாடுக்கு α, β, γ என்பவை மூலம்-கள் எனில் $\Sigma\alpha^2$ ————— ஆகும்

- (அ) $p^2 - 2q$ (ஆ) $p^2 + 2q$
 (இ) $q - 2p$ (ஈ) $q^2 + 2p$

10. Reciprocal equations of odd degree with unlike signs for its coefficients then ————— is a factor of given equation

- (a) $(x + 1)$ (b) $(x - 1)$
 (c) $(x - 1)^2$ (d) $(x + 1)^2$

ஒற்றைபடி -வுடன் ஒவ்வா குறிகள் கொண்ட தலை கீழ்ச்சமன்பாடு-க்கு உடைய கெழுக்கள் இருந்தால், கொடுத்த சமன்பாட்டிற்கு _____ என்பது ஒரு மூலம் ஆகும்.

(அ) $(x + 1)$ (ஆ) $(x - 1)$

(இ) $(x - 1)^2$ (ஈ) $(x + 1)^2$

11. The successive coefficients can be determined by the method of _____

- (a) Horner's (b) Newton's
(c) Synthetic division (d) Descarte's

அடுத்தடுத்த கெழுக்கள் -ஐ தீர்மானிப்பதற்கான முறை _____ஆகும்

(அ) ஹார்நர்ஸ் (ஆ) நியூட்டன்ஸ்

(இ) தொகுப்பு வகுத்தல் (ஈ) டிஸ்கார்டீஸ்

12. The Remove the second term from the equation $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ then required equation is _____

(a) $x^3 - 2x = 0$ (b) $x^3 + 2x = 0$

(c) $x^3 + x = 0$ (d) $x^3 - x = 0$

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து இரண்டாவது உறுப்பு-ஐ நீக்கினால், தேவையான சமன்பாடு _____ ஆகும்

(அ) $x^3 - 2x = 0$ (ஆ) $x^3 + 2x = 0$

(இ) $x^3 + x = 0$ (ஈ) $x^3 - x = 0$

13. In Newton's method, $x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} =$ _____

- (a) x_{n+1} (b) x_{n-1}
(c) x_1 (d) x'_{n+1}

நியூட்டன்ஸ் முறையில் $x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} =$ _____

ஆகும்

- (அ) x_{n+1} (ஆ) x_{n-1}
(இ) x_1 (ஈ) x'_{n+1}

14. A positive real root of the equation $x^3 + 24x - 50 = 0$ is _____ between _____

- (a) 0, 1 (b) 1, 2
(c) 0, 2 (d) 2, 3

$x^3 + 24x - 50 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு ஒரு மிகை மெய் மூலம் _____ இடையில் _____

இருக்கும்

- (அ) 0, 1 (ஆ) 1, 2
(இ) 0, 2 (ஈ) 2, 3

15. The equation $3x^5 - 2x^3 - 4x + 2 = 0$ has _____ real and _____ imaginary roots

- (a) 2, 3 (b) 4, 1
(c) 3, 2 (d) 1, 4

$3x^5 - 2x^3 - 4x + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் _____
மெய் மற்றும் _____ கற்பனை மூலகங்கள்
இருக்கும்

(அ) 2, 3 (ஆ) 4, 1

(இ) 3, 2 (ஈ) 1, 4

SECTION B — (2 × 5 = 10 marks)

Answer any TWO questions.

16. Sum of infinity the series

$$\frac{2.4}{3.6} + \frac{2.4.6}{3.6.9} + \frac{2.4.6.8}{3.6.9.12} + \dots\infty$$

$\frac{2.4}{3.6} + \frac{2.4.6}{3.6.9} + \frac{2.4.6.8}{3.6.9.12} + \dots\infty$ என்ற தொடரை
முடிவுறா-வரைக் கூட்டுக.

17. Test for consistency of the equation

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x + 4y + 7z = 30$$

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x + 4y + 7z = 30$$

என்ற சமன்பாட்டிற்கு ஒவ்வமை-ஐ சோதிக்க.

18. Solve the equation $x^3 - 19x^2 + 114x - 216 = 0$ given that the roots are in G.P.

$x^3 - 19x^2 + 114x - 216 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்க. இங்கு கொடுக்கப்பட்ட மூலகங்கள்- எல்லாம் பெருக்கல் தொடர் (G.P) ஆகும்.

19. Diminish by 2 the roots of the equation $x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x - 4 = 0$.

$x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு மூலங்கள் ஐ 2-ஆல் குறைக்க.

20. Prove that $x^9 + x^5 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ has one real and eight imaginary roots.

$x^9 + x^5 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ க்கு ஒன்று மெய் மற்றும் எட்டு கற்பனை மூலகங்கள் இருக்கும் என நிறுவுக.

SECTION C — (5 × 10 = 50 marks)

Answer ALL questions.

21. (a) Sum to infinity the series

$$\frac{1^2}{1!} + \frac{1^2 + 2^2}{2!} + \frac{1^2 + 2^2 + 3^2}{3!} + \dots \infty .$$

$$\frac{1^2}{1!} + \frac{1^2 + 2^2}{2!} + \frac{1^2 + 2^2 + 3^2}{3!} + \dots \infty \quad \text{என்ற}$$

தொடருக்கு முடிவுறா வரைக் கூட்டுக.

Or

(b) Show that

$$1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \frac{1}{4^2} +$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) \frac{1}{4^3} + \dots \infty = \log \sqrt{12}.$$

$$1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \frac{1}{4^2} +$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) \frac{1}{4^3} + \dots \infty = \log \sqrt{12} \text{ எனக்காட்டுக.}$$

22. (a) Verify the Cayley-Hamilton theorem for the

$$\text{matrix } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix} \text{ என்ற அணிக்கு கெய்லி-}$$

ஹமல்ட்டன் தேற்றத்தை சரிபார்க்க.

Or

(b) Diagonalize the matrix $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ என்ற அணி-ஐ மூலைவிட்டமாக்கு.}$$

23. (a) One of the roots of the equation

$$3x^5 - 4x^4 - 42x^3 + 56x^2 + 27x - 36 = 0 \quad \text{is}$$

$\sqrt{2} + \sqrt{5}$. Find the other roots.

$3x^5 - 4x^4 - 42x^3 + 56x^2 + 27x - 36 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ என்பது ஒரு மூலகங்கள் எனில் மற்ற மூலகங்கள்-ஐ காண்க.

Or

(b) If α, β, γ are the roots of the equation

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0 \quad \text{form the equation}$$

whose roots are $\frac{\alpha^2 - \beta\gamma}{\alpha}, \frac{\beta^2 - \gamma\alpha}{\beta}, \frac{\gamma^2 - \beta\gamma}{\gamma}$,

$x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு α, β, γ -என்பவை மூலகங்கள் எனில் $\frac{\alpha^2 - \beta\gamma}{\alpha}, \frac{\beta^2 - \gamma\alpha}{\beta}, \frac{\gamma^2 - \beta\gamma}{\gamma}$ இவைகளை மூலகங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை-ஐ அமைக்க.

24. (a) If α, β, γ are the roots of $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ prove that $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha) = r - pq$.

$x^3 + px^2 + qx + r = 0$ க்கு α, β, γ என்பவை மூலகங்கள் எனில் $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha) = r - pq$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Solve $6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$.

$6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$ ஐ தீர்க்க.

25. (a) Use Horner's method, find a real root of the equation $x^3 + 6x - 2 = 0$.

ஹர்நார்ஸ் முறை-ஐ பயன்படுத்தி $x^3 + 6x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு ஒரு மெய் மூலம் ஐ காண்க.

Or

- (b) Use Newton's method find a positive root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$.

நியூட்டன் முறை-ஐ பயன்படுத்தி $x^3 - 2x - 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு ஒரு மிகை மூலம்-ஐ காண்க.